

7 LA COMPETENZA IN MATEMATICA DEI QUINDICENNI

Klaus Niederstätter

Nell'ambito della ricerca PISA 2015, la rilevazione delle competenze di matematica, come per altro quella delle competenze di lettura, rappresenta un dominio secondario. Per questo motivo è stato dedicato nella prova meno tempo alla rilevazione delle competenze di matematica rispetto alla rilevazione di quelle scientifiche inerenti al dominio principale.

Le prove di matematica si basano sul quadro di riferimento PISA del 2012, anno in cui la matematica era il focus principale dello studio. La rilevazione interessa l'applicazione funzionale, l'utilizzo e l'interpretazione delle conoscenze matematiche in una molteplicità di differenti contesti e situazioni¹³.

7.1 La literacy di matematica

“Il focus dello studio PISA per quanto concerne l'ambito matematico, riguarda la valutazione della capacità degli studenti di formulare, impiegare e interpretare la matematica in una varietà di contesti. Per superare con successo la prova PISA agli studenti e alle studentesse è richiesto ragionamento matematico e l'utilizzo di concetti, procedure, fatti e strumenti matematici per descrivere, spiegare e prevedere fenomeni. La competenza matematica, come definita nel quadro di riferimento PISA, consente ai singoli individui di riconoscere il ruolo che la matematica gioca nel mondo e di formulare giudizi e decisioni fondate come cittadini costruttivi, impegnati e riflessivi”¹⁴.

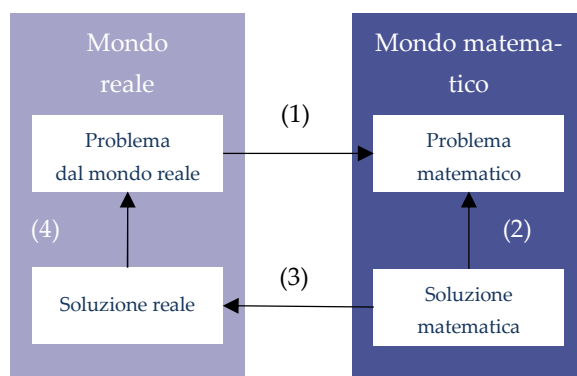
7.1.1 Processo di matematizzazione

“L'applicazione funzionale del sapere matematico presuppone sia conoscenze di base sulla terminologia, sui fatti e sulle procedure matematiche, sia capacità di eseguire determinate operazioni e di impiegare metodi adeguati. Per questo in PISA sono soprattutto rilevanti gli esercizi nei quali vengono posti dei problemi reali connessi alla matematica.” I passaggi richiesti agli allievi ed alle allieve nell'ambito della soluzione degli esercizi esplicitano il processo di matematizzazione. Si tratta, partendo da un problema reale, di riconoscere il problema matematico, svilupparlo e formularlo, e di trovare per questo una soluzione matematica che deve a sua volta essere ritradotta in una soluzione reale. Infine è importante riflettere sulla plausibilità della soluzione reale in relazione al problema iniziale.

¹³ Cfr. Suchan, Birgit / Breit, Simone (Hgg.): Bericht des Bundesinstitutes bifie. PISA 2015 – Grundkompetenzen am Ende der Pflichtschulzeit im internationalen Vergleich. – Graz: Leykam. 2016, S. 65.

¹⁴ OECD – PISA 2015 Ergebnisse (Band 1): Exzellenz und Chancengerechtigkeit in der Bildung. – W. Bertelsmann Verlag 2016, S. 190. – Traduzione SPV.

Abbildung / Figura 7.1: Relazione tra il mondo reale e quello matematico



Fonte: Processo della matematizzazione –<https://www.bifie.at/buch/1293/2/3> (Visitato il 21.02.2017) - Traduzione SPV

7.1.2 Il quadro di riferimento di PISA¹⁵

Il quadro di riferimento di PISA distingue per Matematica tre ambiti ritenuti importanti per l'impiego adeguato delle competenze matematiche nel caso di problemi quotidiani:

1. Categoria di contenuto

- **Quantità:** tutti i tipi di quantificazione con numeri, la comprensione delle grandezze e il riconoscimento di modelli numerici.
- **Cambiamento e relazioni:** rappresentazioni matematiche di processi di cambiamento come anche differenti tipologie di nessi funzionali tra oggetti matematici.
- **Spazio e Forma:** tutte le tipologie di figure, forme e modelli piani e solidi.
- **Incertezza:** fenomeni e situazioni matematiche che comprendono dati statistici e nei quali la casualità gioca un suo ruolo.

2. Livelli richiesti

- Riproduzione
- Collegamenti
- Riflessione

3. Competenze chiave

- pensiero logico e argomentazione
- risoluzione di problemi
- modellizzazione
- rappresentazione
- impiego di elementi simbolici e tecnici
- comunicazione

¹⁵ <http://www.pisa.tum.de/kompetenzbereiche/mathematische-kompetenz/> (Visitato il 07.04.2017) – traduzione SPV - Nota alla traduzione italiana: per un maggiore approfondimento rispetto al Quadro di Riferimento di Matematica, si rimanda il lettore al seguente link: <http://www.provincia.bz.it/servizio-valutazione-italiano/download/Matematica.pdf>

7.2 Un esempio di prova

7.2.1 Esercizio: quale automobile scegliere?

Christina ha appena fatto la patente e vorrebbe comperarsi un'automobile. La tabella sottostante indica le caratteristiche di quattro auto che ha trovato in vendita presso concessionari locali.



Modelli:	Azuro	Barry	Cort	Delta
Anno di costruzione	2003	2000	2001	1999
Prezzo (Zeds)	4 800	4 450	4 250	3 990
Chilometraggio (in Chilometri)	105 000	115 000	128 000	109 000
Cilindrata (in Litri)	1.79	1.796	1.82	1.783

Quale auto? Domanda 1

Christina vorrebbe un'auto che soddisfi tutte queste condizioni:

- Il chilometraggio non deve superare i 120.000 km.
- Deve essere stata costruita nel 2000 o più tardi.
- Il prezzo richiesto non deve superare i 4.500 Zeds.

Quale automobile soddisfa le condizioni poste da Christina?

- A. Azuro
- B. Barry
- C. Cort
- D. Delta

Tipologia di esercizio	Esercizio a scelta multipla semplice
Processo	Interpretare
Categoria di conoscenza – categoria di contenuto	Probabilità e statistica
Contesto	Personale
Livello di difficoltà	327,8
Valutazione	Scelta di un valore che soddisfa quattro condizioni/affermazioni numeriche in un contesto finanziario. Punteggio pieno B. Barry. Nessun punteggio Altre risposte.

	Nessuna risposta.
--	-------------------

Quale auto? Domanda 2

Quale auto ha la cilindrata minore?

- A. Azuro
- B. Barry
- C. Cort
- D. Delta

Tipologia di esercizio	Esercizio a scelta multipla semplice
Processo	Utilizzare
Categoria di conoscenza – categoria di contenuto	Pensiero quantitativo
Contesto	Personale
Livello di difficoltà	490,9
Valutazione	Scelta del minore numero decimale tra 4 numeri proposti nel contesto.

Commento generale su questa unità della prova

Tutte e tre le domande sono assegnate alla categoria di contesto “Personale” perché l’acquisto di un’automobile è una situazione che può interessare molte persone nell’arco della loro vita quotidiana.

La prima e la seconda domanda sono degli esercizi a risposta multipla semplice; la terza domanda è aperta, ma richiede solo di inserire un numero, non è per questo richiesta la codifica da parte di un esperto. La prima domanda è attribuita alla categoria probabilità e statistica. Per rispondere a questa domanda gli allievi e le allieve devono sapere come funziona una tabella strutturata in colonne e righe, devono inoltre essere in grado di confrontare tra loro più dati per decidere quale auto soddisfa tutti e tre i requisiti. Per trovare la soluzione corretta, gli allievi devono possedere le conoscenze di base sui grandi numeri interi che, a detta degli esperti, per le allieve e gli allievi quindicenni non dovrebbe rappresentare la difficoltà principale della domanda. La risposta giusta è B: Barry.

La seconda domanda invece è inquadrata nella Categoria di conoscenza – categoria di contenuto *Pensiero quantitativo*, perché è comunemente risaputo che molto studenti anche all’età di 15 anni non hanno capito bene il sistema decimale e l’importanza dei valori posizionali, cosa necessaria per ordinare in modo corretto le cifre decimali. In questa domanda sono stati attribuiti punti alla risposta D: Delta.

Anche la terza domanda appartiene alla categoria Pensiero Quantitativo perché il calcolo del 2,5% del prezzo indicato, 120 Zeds, richiede alle allieve ed agli allievi uno sforzo cognitivo decisamente maggiore dell'identificazione dei dati corretti all'interno di una tabella. Anche dai risultati empirici emergono quali difficoltà le allieve e gli allievi quindicenni hanno riscontrato con le cifre decimali e le percentuali: la prima domanda è considerata come facile, la seconda corrisponde circa al livello medio internazionale e il grado di difficoltà della terza domanda supera la media. Per inquadrare questi Item nelle categorie di processo bisogna verificare come si configurano in relazione alla situazione reale. Nel caso degli Item della categoria Formulare la richiesta principale è quella di trasformare un problema reale in un problema matematico. Nel caso della categoria Interpretare, l'esigenza principale è quella di utilizzare informazioni matematiche per individuare una soluzione ad un problema reale. La seconda e la terza domanda rientrano nella categoria Utilizzare. Questo perché in tutti e due gli Item lo sforzo cognitivo maggiore riguarda l'utilizzo di operazioni matematiche: l'interpretazione dei numeri decimali e il calcolo percentuale. La prima domanda contiene una tabella di dati, la cui composizione (con l'identificazione delle variabili risolutive ecc.) corrisponde alla matematizzazione di una situazione reale. Per risolvere l'esercizio i concetti matematici devono essere interpretati in relazione alle reali oggettive necessità e alla situazione che rappresentano¹⁶.

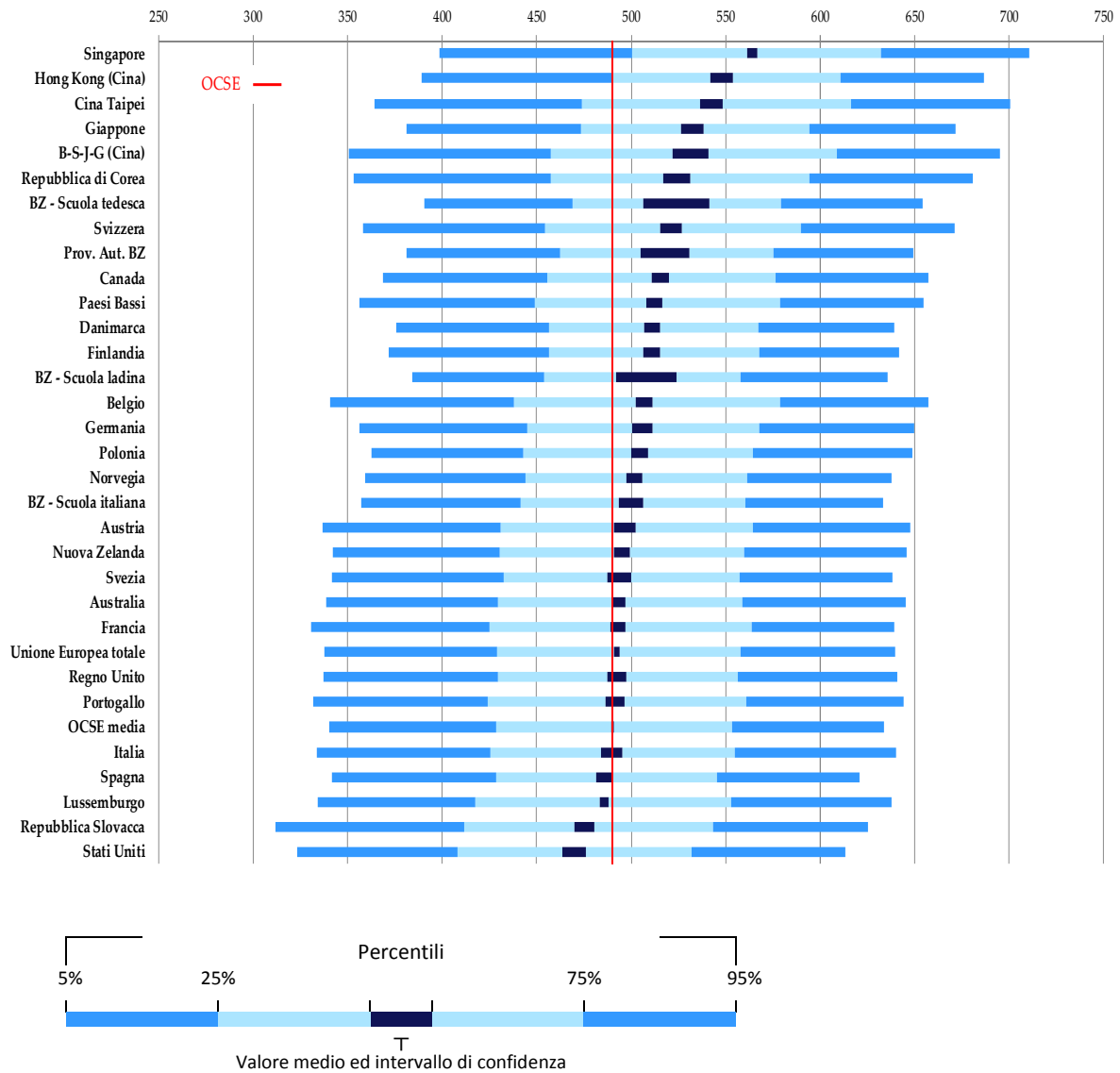
7.3 I risultati di Matematica nelle scuole dell'Alto Adige

7.3.1 Comparazione dei risultati a livello internazionale

Anche in Matematica le scuole altoatesine hanno dei risultati di tutto rispetto nel confronto a livello internazionale. Considerando i meri valori medi dei Paesi o delle più grandi regioni della Cina, le prestazioni delle studentesse e degli studenti dell'Alto Adige, con un punteggio di 518, si collocano nella fascia alta, nettamente sopra la media OCSE di 490 punti, rappresentata nel grafico seguente da una linea rossa verticale. Si ha una differenza statisticamente significativa tra due Paesi quando non si ha una sovrapposizione dei rispettivi intervalli di confidenza; questi ultimi sono rappresentati graficamente dalla sezione blu scura delle barre dell'istogramma. Così i risultati delle scuole in lingua tedesca dell'Alto Adige sono ad esempio significativamente superiori a quelli delle scuole austriache, ma non significativamente più alti di quelle dell'Olanda. La *Abbildung/ Figura 7.2* consente di avere una veloce panoramica dei risultati, per un'analisi più dettagliata si consiglia la lettura della tabella successiva.

¹⁶ Esempi e commenti generali tratti da OECD – PISA 2012 Ergebnisse (Band 1): Was Schülerinnen und Schüler wissen und können. Schülerleistungen in Mathematik, Lesekompetenz und Naturwissenschaften. – W. Bertelsmann Verlag 2013, S. 144 – 146. – Traduzione SPV.

Abbildung / Figura 7.2: Distribuzione dei risultati per la literacy di Matematica dei principali Paesi OCSE e della Provincia Autonoma di Bolzano



Fonte: OECD, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

Tabelle / Tabella 7.1: Confronto del punteggio medio in Matematica

PAESE	Media	E.S.
Singapore	564	(1,5)
Hong Kong (Cina)	548	(3,0)
Cina Taipei	542	(3,0)
Giappone	532	(3,0)
B-S-J-G (Cina)	531	(4,9)
Repubblica di Corea	524	(3,7)
BZ – scuole in lingua tedesca	524	(8,8)
Svizzera	521	(2,9)
Prov. Aut. BZ	518	(6,7)
Canada	516	(2,3)
Paesi Bassi	512	(2,2)
Danimarca	511	(2,2)
Finlandia	511	(2,3)
BZ – scuole in lingua ladina	508	(8,1)
Belgio	507	(2,4)
Germania	506	(2,9)
Polonia	504	(2,4)
Norvegia	502	(2,2)
BZ – scuole in lingua italiana	500	(3,2)
Austria	497	(2,9)
Nuova Zelanda	495	(2,3)
Svezia	494	(3,2)
Australia	494	(1,6)
Francia	493	(2,1)
Unione europea totale	493	(0,8)
Regno Unito	492	(2,5)
Portogallo	492	(2,5)
OCSE media	490	(0,4)
Italia	490	(2,8)
Spagna	486	(2,2)
Lussemburgo	486	(1,3)
Repubblica Slovacca	475	(2,7)
Stati Uniti	470	(3,2)

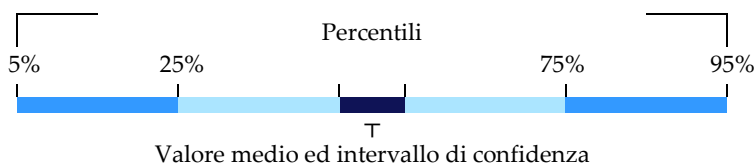
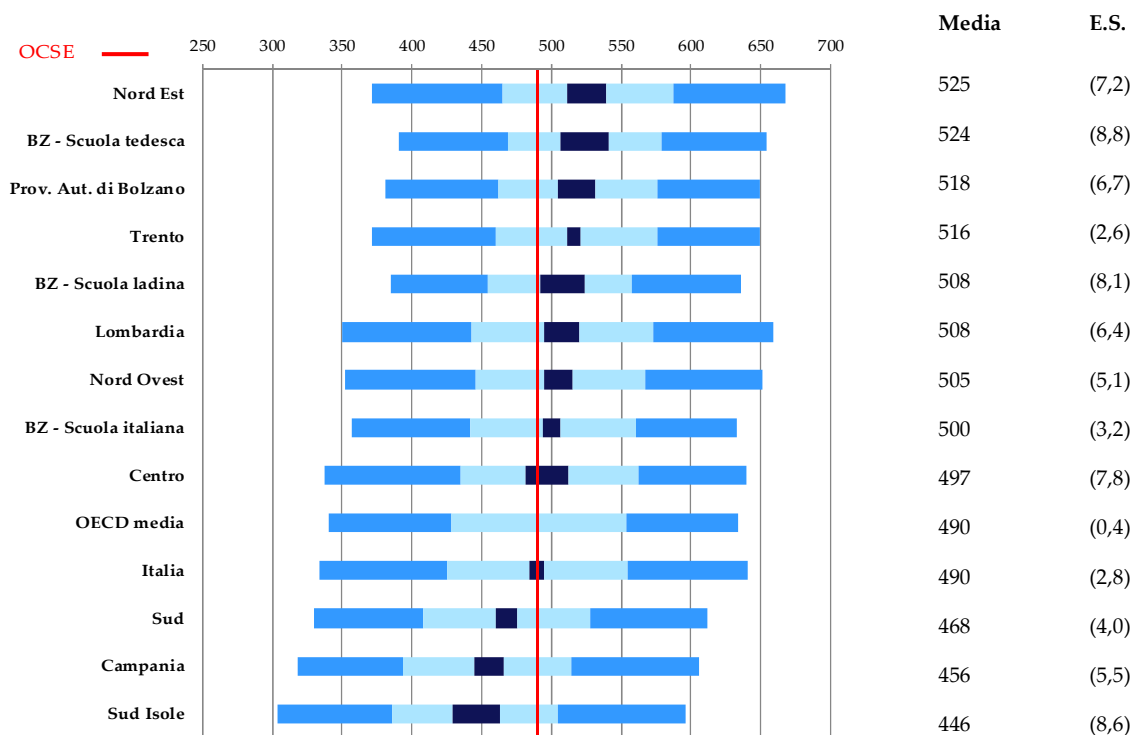
	Statisticamente superiore alla media OCSE
	Non statisticamente diversi dalla media OCSE
	Statisticamente inferiore alla media OCSE

Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

7.3.2 Comparazione dei risultati a livello italiano

Le scuole altoatesine sono ai primi posti sia rispetto all'Italia nel suo complesso sia nel confronto con le cinque Macro - aree geografiche del Nord Ovest, Nord Est, Centro, Sud e Sud Isole. Sono più alti solamente i risultati della Macro area geografica del Nord Est, composta da Emilia Romagna, Veneto, Friuli-Venezia Giulia, Trentino Alto Adige. Considerando comunque l'errore standard, i punteggi delle allieve e degli allievi di tutti e tre i gruppi linguistici, sono maggiori della media OCSE di 490 punti (linea rossa verticale).

Abbildung / Figura 7.3: Distribuzione dei risultati per la literacy di Matematica della Macro-aree geografiche e delle province italiane



Fonte: OECD, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

7.3.3 Distribuzione dei risultati per livelli di competenza

QR-CODE

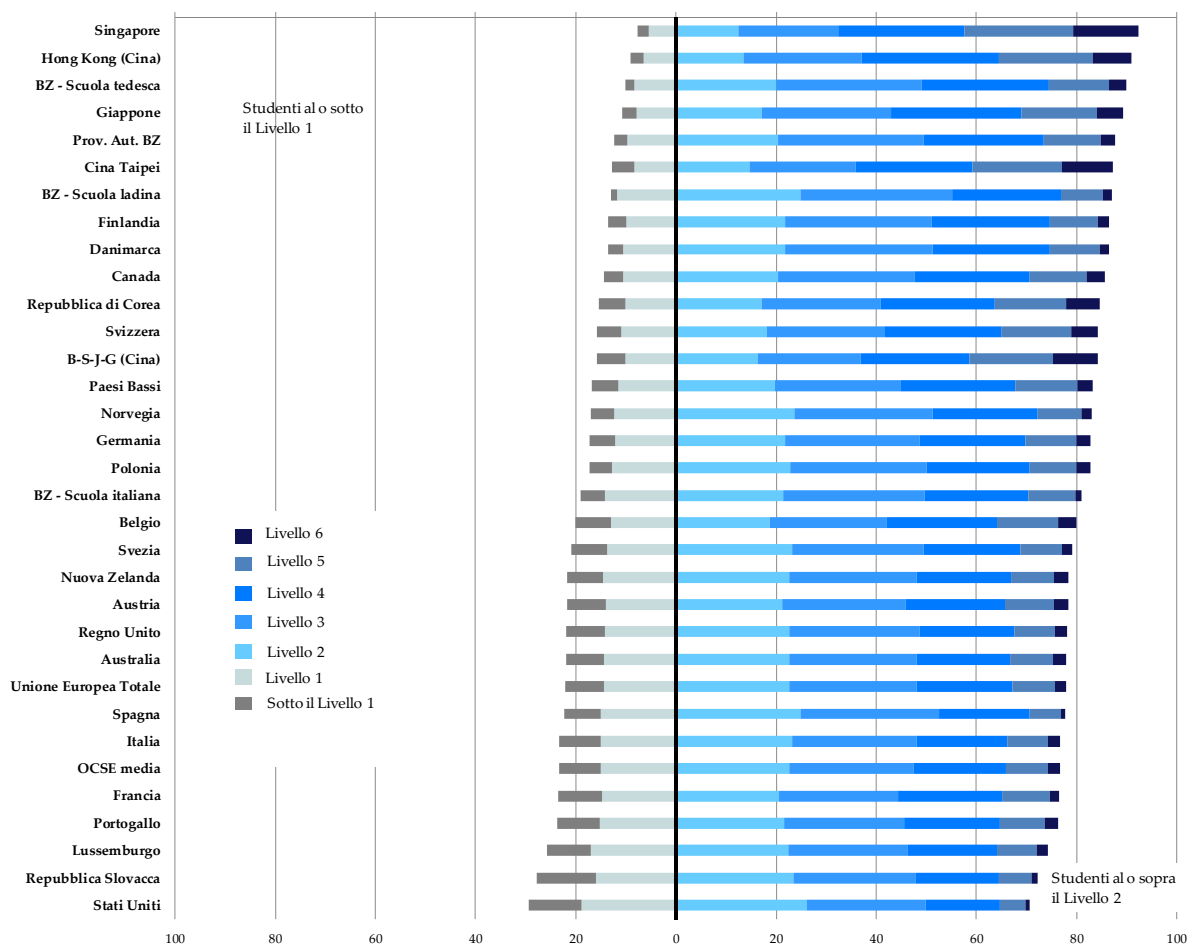


Descrizione dei livelli di competenza della literacy di Matematica (traduzione OCSE, PISA-Ergebnisse 2015, S. 206).

Oltre a rilevare i rispettivi valori medi dei Paesi che danno indicazioni nei vari domini sulle capacità medie degli allievi che hanno partecipato alla prova, lo studio PISA indaga la distribuzione per livelli di competenza per potere rappresentare in modo differenziato i livelli di rendimento delle studentesse e degli studenti quindicenni. Nella prova di Matematica di PISA 2015 sono stati utilizzati gli stessi sei livelli di competenza delle prove del 2003 e del 2012, quando Matematica era il dominio principale dello studio. Sono state misurate le conoscenze e le capacità acquisite in ambito matematico con le quali possono essere superati problemi e situazioni quotidiane anche in contesti lavorativi.

Se un'allieva o un allievo raggiunge almeno il livello 2, che è sopra i 420 e sotto i 482 punti, si può affermare che è in possesso di un livello base di competenza necessario per la piena partecipazione alla vita in una società moderna. Nella Abbildung / Figura 7.4 la soglia del livello base di competenza è indicata con una linea verticale. In media l'87,7% delle allieve e degli allievi altoatesini ha soddisfatto almeno questo requisito, mentre, al contrario, il 12,3% degli studenti si è posizionato sotto il livello di competenza 2. Se si confrontano i risultati dei tre gruppi linguistici altoatesini, la percentuale di allievi sotto il livello 2 nelle scuole in lingua italiana, con una media del 19%, è poco più alta che in quelle in lingua tedesca (10,1%) e ladina (12,9%). Se si considera la distribuzione per livelli di competenza nell'ambito dell'OCSE ed in Italia si osserva che in media il 77% delle prestazioni delle studentesse e degli studenti si posiziona almeno al livello 2 o sopra.

Abbildung / Figura 7.4: Distribuzione dei risultati per livello di competenza della scala di literacy di Matematica dei principali Paesi OCSE



Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

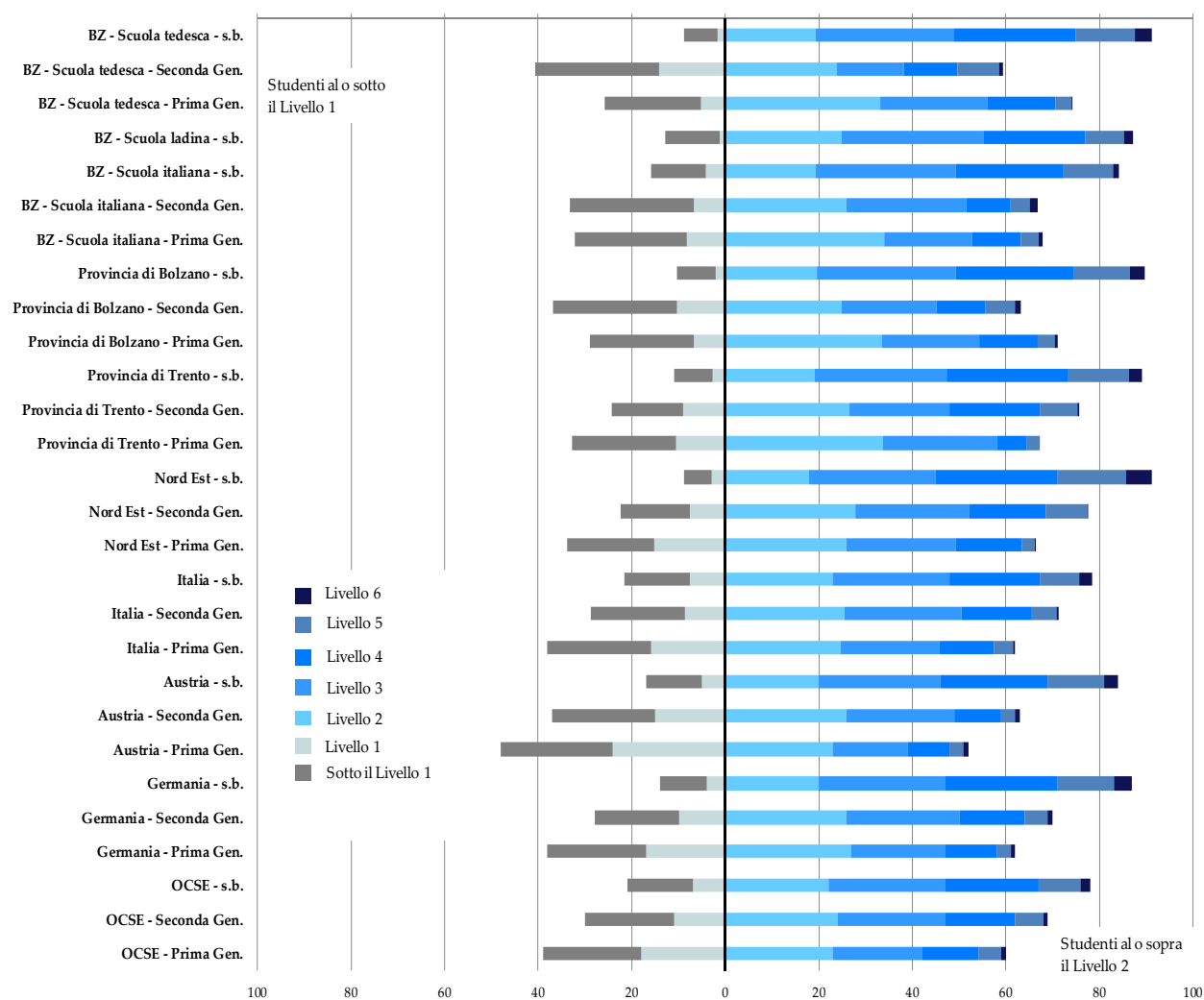
La quota di allieve ed allievi con livelli prestazionali particolarmente alti, in possesso di competenze matematiche complesse, si posiziona al livello di competenza 5 (più di 609 ma meno di 699 punti) o al livello 6 (sopra 699 punti). In PISA 2015 la percentuale degli allievi dell'Alto Adige in questi due livelli di competenza è del 15,5%; raggiungono gli stessi livelli prestazionali circa il 10,5% degli studenti a livello nazionale e il 10,7% dell'area OCSE.

7.3.4 Distribuzione dei risultati per background migratorio e per livelli di competenza

Dall'analisi dei risultati per background migratorio degli allievi o delle allieve si rilevano chiaramente delle differenze tra i quindicenni nati in Alto Adige e coloro che provengono da un altro paese o ambito culturale. Le cause esatte della differente prestazione in matematica sono probabilmente più complesse della semplice provenienza del ragazzo o della ragazza; la conoscenza linguistica parzialmente limitata o insufficiente è senz'altro uno dei fattori centrali e determinanti. La Abbildung / Figura 7.5 è da interpretare come nel precedente capitolo: la linea verticale segna la soglia del livello minimo delle competenze matematiche. I dati sono distinti per allievi senza background migratorio (s.b.), con background migratorio di seconda genera-

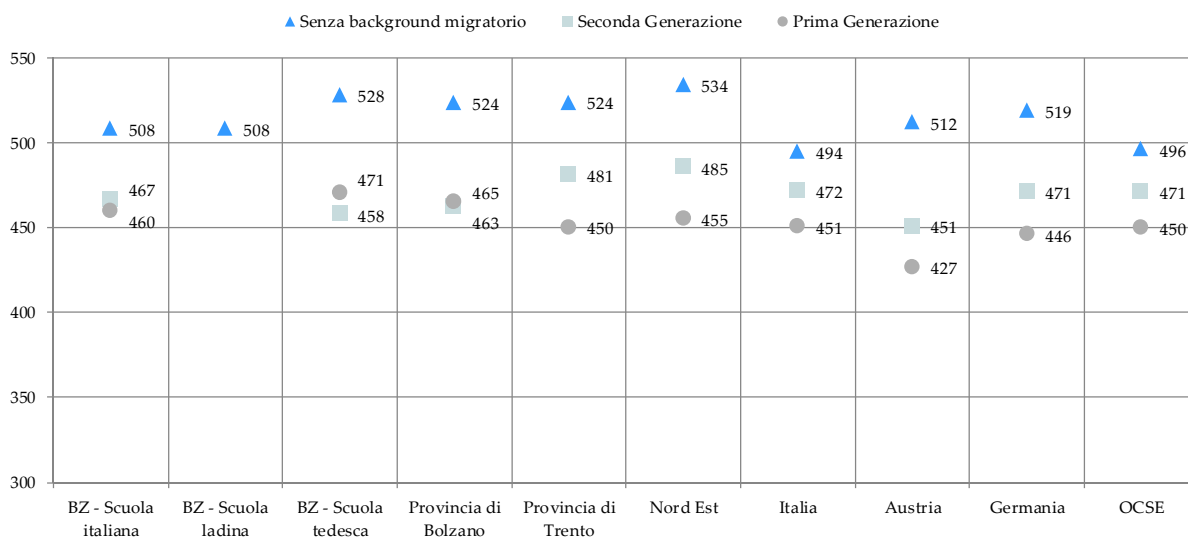
zione (Seconda Gen.) e di prima generazione (Prima Gen.). Sia a livello nazionale e macroregionale che a livello altoatesino, le studentesse e gli studenti con background migratorio rappresentano la parte di allievi che più frequentemente ha delle prestazioni che non superano il primo livello di competenza. A completamento si sottolinea che la percentuale di allievi e allieve con background migratorio nelle scuole in lingua italiana dell'Alto Adige, con una percentuale del 17,5%, è nettamente più alta di quella delle scuole in lingua tedesca dove uno scarso 5% degli allievi proviene originariamente da un altro paese.

Abbildung / Figura 7.5: Distribuzione dei risultati per origine e per livello di competenza (Matematica)



Quelle: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

Abbildung / Figura 7.6: Punteggi medi in matematica per origine



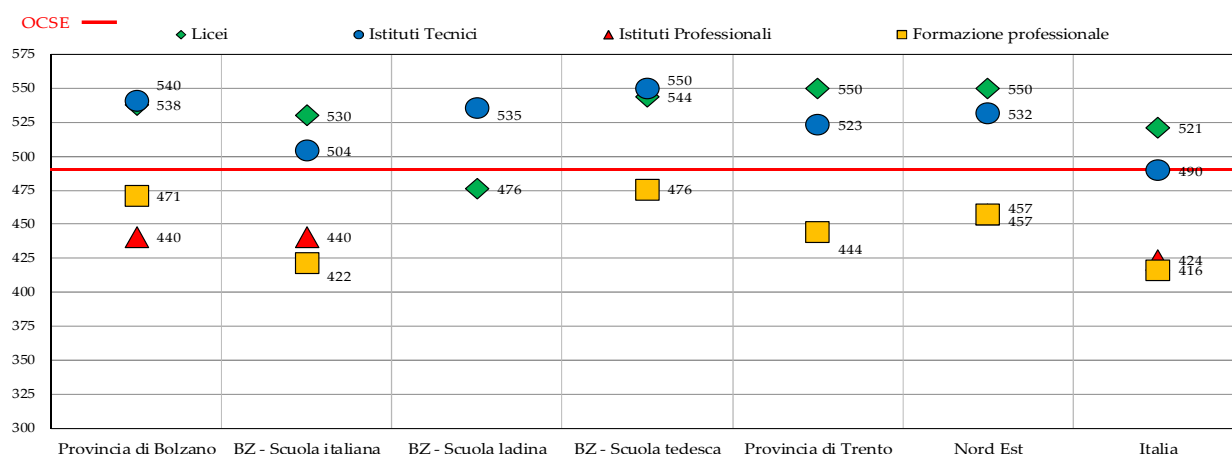
Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

7.3.5 Distribuzione dei risultati in base alla tipologia di scuola

La seguente figura mostra i risultati medi di Matematica delle allieve e degli allievi distinti per differenti tipologie di scuola. In questo caso è da tenere presente che le scelte scolastiche dei giovani, a prescindere dai loro interessi, dipendono anche dai requisiti richiesti dalle rispettive tipologie di scuola. La prestazione delle studentesse e degli studenti all’esame di Stato della scuola secondaria di primo grado assume quindi un ruolo importante. In questo senso coloro che hanno concluso la scuola media con un risultato buono o molto buono tendono a scegliere il liceo o l’istituto tecnico, mentre le allieve e gli allievi con prestazioni più basse optano per l’ambito professionale.

Questa affermazione trova conferma nei punteggi delle differenti tipologie di scuole rappresentati nella Abbildung / Figura 7.7, sia per quanto riguarda l’Alto Adige, sia per la vicina Provincia di Trento, che per la Macro area geografica del Nord Est e per l’intero territorio italiano. Salta agli occhi il fatto che la differenza tra licei, istituti tecnici e formazione professionale nelle scuole di lingua tedesca sia minore rispetto a tutte le altre. Confrontando licei ed istituti tecnici si osserva inoltre che nelle scuole di lingua tedesca i risultati medi di matematica di queste due tipologie di scuola sono molto simili, mentre nelle altre scuole prese in considerazione i risultati sono diversi e maggiori nei licei, scuole ladine a parte, i cui valori sono da leggere con cautela, visto il campione numericamente ridotto.

Abbildung / Figura 7.7: Risultati per tipologia di scuola (Matematica)



Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

Tabelle / Tabella 7.1: Punteggi in Matematica e Errore standard (E.S.)

	Alto Adige	Alto Adige it.	Alto Adige lad.	Alto Adige dt.	Trentino	Nord Est	Italia
Licei	538 (6,8)	530 (4,6)	476 (11,3)	544 (9,4)	550 (3,3)	550 (13,1)	521 (4,7)
Istituti tecnici	540 (7,1)	504 (6,8)	535 (10,2)	550 (9,2)	523 (4,0)	532 (6,6)	490 (3,9)
Formazione professionale	471 (9,0)	422 (8,2)	-	476 (9,8)	444 (4,3)	457 (16,8)	416 (8,2)
Istituti professionali	440 (7,8)	440 (7,8)	-	-	-	457 (5,8)	424 (5,1)

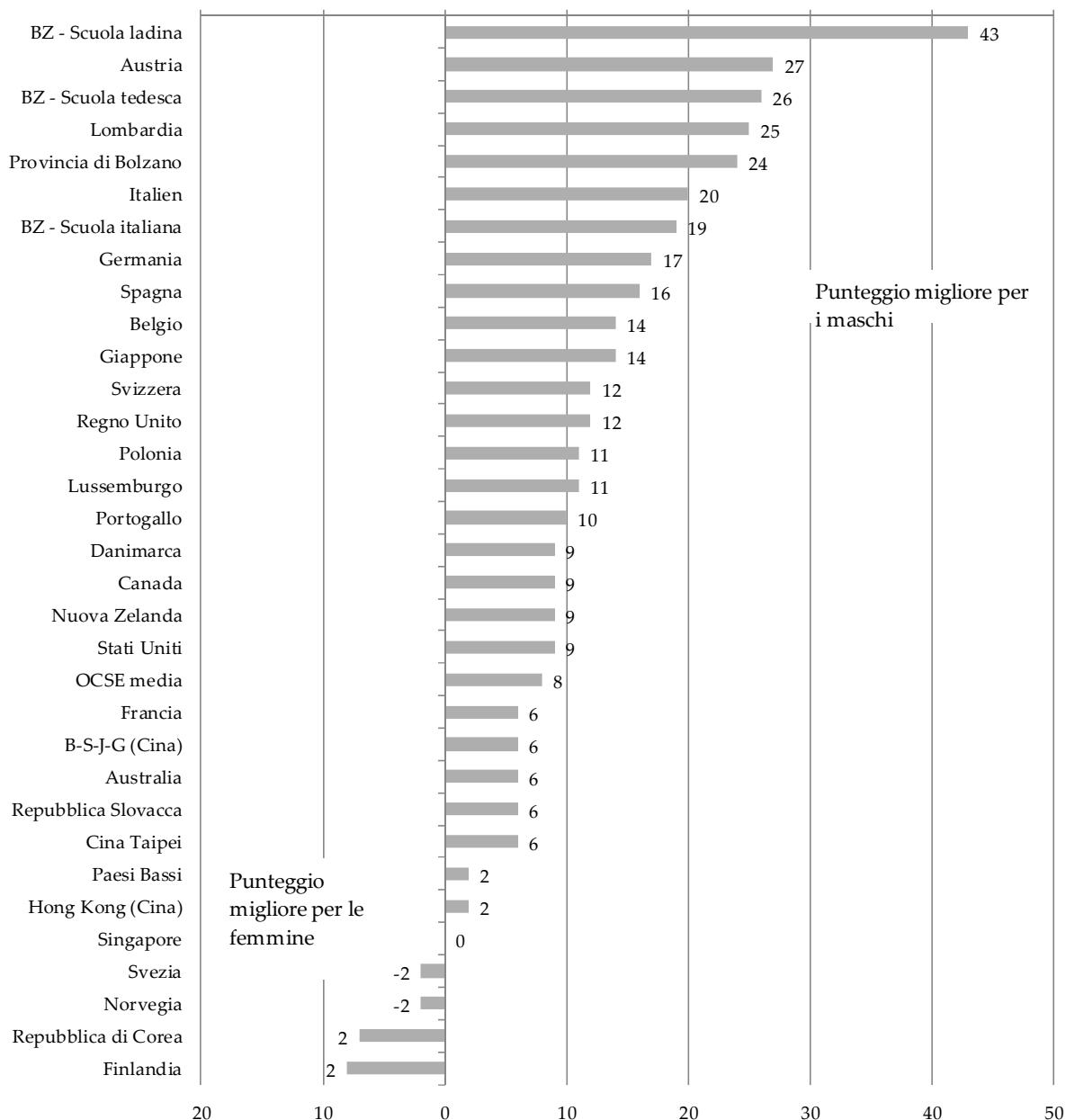
Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

7.3.6 Differenze di genere nei risultati

La figura seguente mostra la differenza dei risultati in matematica tra maschi e femmine. I dati confermano la tendenza già evidenziata nelle ultime edizioni di PISA secondo cui le prestazioni medie in matematica dei ragazzi nella maggior parte dei paesi OCSE sono superiori a quelle delle ragazze. La media Ocse degli studenti è di 8 punti superiore a quella delle studentesse, in 28 Paesi la differenza è inoltre statisticamente significativa¹⁷. Se si prendono in considerazione i risultati in Alto Adige, i ragazzi hanno a livello provinciale, in media, 24 punti in più delle ragazze, con un errore standard di 4,4. Se si osservano le differenze nell'ambito dei tre gruppi linguistici, salta agli occhi il risultato delle scuole ladine dove i maschi hanno 43 punti in più delle femmine (E.S. 14,2); questo valore è comunque da interpretare con prudenza viste le ridotte dimensioni del campione. L'analisi per genere mostra un punteggio più alto dei maschi anche nelle scuole in lingua tedesca con 26 punti in più (E.S. 5,0) ed in quelle di lingua italiana con 19 punti in più (E.S. 7,1).

¹⁷ Cfr. OECD – PISA 2015 Ergebnisse (Band 1): Exzellenz und Chancengerechtigkeit in der Bildung. – W. Bertelsmann Verlag 2016, S. 212. – Traduzione SPV.

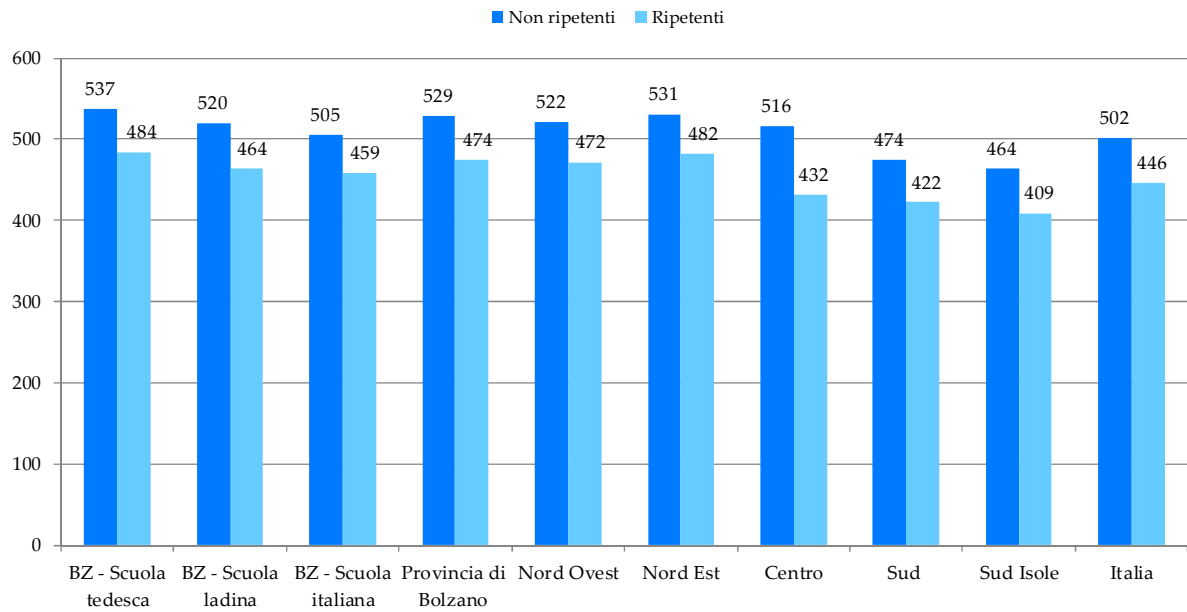
Abbildung / Figura 7.8: Differenze specifiche di genere nei risultati di Matematica



Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV

7.3.7 Distribuzione dei risultati in base alle ripetenze

Se si analizzano i dati considerando le ripetenze, si osserva lo stesso fenomeno sia nel sistema scolastico altoatesino, sia in quello nazionale: le allieve e gli allievi che hanno ripetuto una o più classi hanno un punteggio chiaramente più basso di quelli che hanno avuto un percorso scolastico regolare. La differenza dei risultati medi tra i ripetenti ed i non ripetenti nelle scuole dell’Alto Adige è di circa 55 punti, nella fattispecie, di 53 punti nelle scuole tedesche, 56 punti in quelle ladine e 46 punti in quelle italiane. A livello italiano la maggiore differenza tra allieve ed allievi con percorso regolare e non si registra in Centro Italia, con un divario tra i due gruppi di 84 punti.

Abbildung / Figura 7.9: Risultati per ripetenza in Matematica (*grade based*)

Fonte: OCSE, Database PISA 2015 – Elaborazione SPV